

ANALYTISKA FUNKTIONER

DEMONSTRATIONSUPPGIFTER TILL DEN 3.12.2009

1. Beräkna integralen $\int_C \frac{e^z}{z^2+1} dz$, där C genomlöps ett varv i positiv omloppsled och där

(a) C är cirkeln $|z-1|=1$, (b) C är cirkeln $|z - \frac{1}{2} - i|=1$.

2. Beräkna integralen $\int_C \frac{z^3}{z^4-a^4} dz$, a reellt, $a > 0$, $a \neq 2$, C är cirkeln $|z-1|=1$ som genomlöps ett varv i positiv omloppsled.

3. Utveckla funktionen $f(z) = \frac{1}{z^3}$ i en konvergent potensserie kring punkten $z = 1$.

4. Beräkna följande integraler längs cirkeln $C : |z| = 2$, där C genomlöps ett varv i positiv omloppsled :

(a) $\int_C \frac{5z^2+2z+1}{(z-i)^3} dz$, (b) $\int_C \frac{\sin z}{z^2} dz$.

5. Utveckla funktionen $f(z) = \frac{z^2+1}{z^2-1}$ i en Laurentserie som konvergerar i cirkelringen $1 < |z+2| < 3$.